Zur linearen Geometrie des Funktionenraumes.

Von **V. Ambarzumian** in Pulkowo.

(Eingegangen am 15. Mai 1929.)

Die Geometrie mit dem Linienelement

$$ds = \Sigma \gamma_i \, d x_i$$

wird auf das Kontinuum mit unendlich vielen Dimensionen erweitert.

D. Iwanenko hat gezeigt*, daß die geometrische Deutung der Diracschen Gleichungen zu einer Geometrie mit linearer Matrixmetrik führt, d. h. zu einer Geometrie, bei welcher die Relation

$$ds = \Sigma \gamma_i \, d x_i \tag{1}$$

zugrunde gelegt ist. Dabei sind γ_i die verallgemeinerten Diracschen vierreihigen Matrizen**. Iwanenko hat auch das Problem der „Linearisierung" des Funktionenraumes (oder Hilbertschen Raumes) aufgestellt, welches für die Quantenelektrodynamik wichtig sein kann***. Das Ziel dieser Arbeit ist eine vorläufige Behandlung dieses Problems.

§ 1. Wir wollen zunächst den Fall des euklidischen Funktionenraumes betrachten, wenn das Quadrat der Entfernung zwischen zwei Funktionen $f(t, u)$ und $f(t, u + du)$ (u-Parameter) durch****

$$d s^2 = \int\limits_G \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 d t \, . \, d u^2 = \iint \delta(s - t) \frac{\partial f(s, u)}{\partial u} \frac{\partial f(t, u)}{\partial u} d s \, d t \, . \, d u^2 \tag{2}$$

ausgedrückt ist, wo das Integrationsgebiet G jenes Grundgebiet ist, in welchem alle unsere Funktionen (Argumentfunktionen) definiert sind und $\delta(s - t)$ der Diracsche Einheitsoperator ist.

Wählen wir nun ein vollständiges System von orthogonalen und normierten Funktionen

$$\varphi_1(t), \ \varphi_2(t), \ \varphi_3(t) \ldots, \tag{I}$$

so haben wir

$$\int \frac{\partial f(t, u)}{\partial u} \varphi_n(t) \, d t = \frac{\partial}{\partial u} \int f(t, u) \, \varphi_n(t) \, d t = \frac{d a_n}{d u}, \tag{3}$$

wo

$$a_n = \int f(t, u) \, \varphi_n(t) \, d t$$

ist.

---

* D. Iwanenko, C. R. de l'Acad. des Sc. de l'URSS 1929, S. 73.

** Vgl. H. Tetrode, ZS. f. Phys. **50**, 336, 1928.

*** D. Iwanenko, l. c.

**** G. Vitali, Atti del Reale Istituto Veneto **87**, 349, 1928.